Ejercicios Oligopolio (Cournot)

1. En el mercado de un determinado bien únicamente hay dos empresas que satisfacen la demanda, y sus respectivas funciones de costes totales responden a la forma: $CT_i = 10Q_i + 5$.

   La demanda se estima que es: $P = 31 - Q_r$

   Si la variable de decisión de ambas empresas es la cantidad que producirán y realizan esa decisión de forma simultánea, se pide:

a) Calcule la función de pagos o beneficios de cada empresa
b) Calcule la función de reacción de mejor respuesta de cada empresa
c) Represente gráficamente el equilibrio del mercado
d) Calcule los beneficios que obtendrán ambas empresas en el equilibrio.

Solución:

a) La función de pagos, o de beneficios, de cada empresa será la diferencia entre los ingresos totales y los costos totales. Los ingresos totales serán el resultado del producto del precio qué lógicamente dependerá de la cantidad total, que es la suma de lo que una y otra empresa produzcan por la cantidad que la empresa en cuestión decida fabricar. Q.

$$B_1 = IT_1 - CT_1 = [31 - (Q_1 + Q_2)]Q_1 - (10Q_1 + 5) = 21Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2 - 5$$

   Análogamente, la función de pagos o de beneficios de la empresa no. 2 será:

$$B_2 = IT_2 - CT_2 = [31 - (Q_1 + Q_2)]Q_1 - (10Q_1 + 5) = 21Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2 - 5$$

b) Para calcular la función de reacción de cada empresa, hemos de hacer la derivada respecto de la variable de decisión en este caso la cantidad Q_1ó Q_2 según la empresa e igualarla a cero. Después, despejando dicha variable, tenemos la función de reacción o de mejor respuesta de cada una de ellas.

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = 21 - 2Q_1 - Q_2 = 0$$

   La función de reacción será por lo tanto:

$$Q_1 = \frac{(21 - Q_2)}{2}$$

   Procedemos de forma análoga para la empresa 2

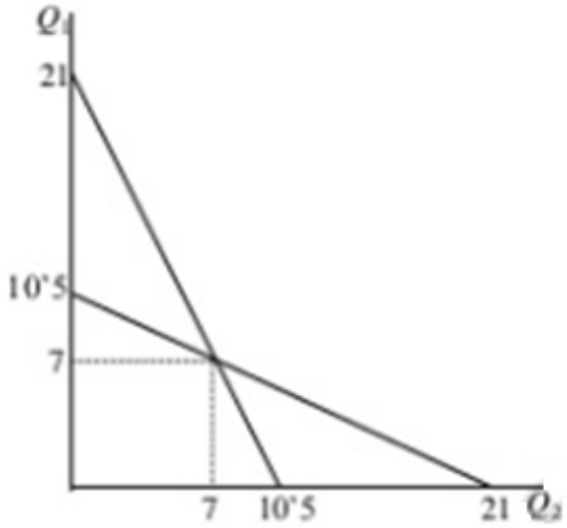
$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = 21 - 2Q_2 - Q_1 = 0$$

La función de reacción será por lo tanto:

$$Q_2 = \frac{(21 - Q_1)}{2}$$

Resolviendo el sistema de 2 ecuaciones con dos incógnitas que suponen las funciones de reacción podemos encontrar el equilibrio del juego, dónde la cantidad Q_1 es óptima para el jugador no. 1 en función de la cantidad que produce el jugador no. 2, y la cantidad Q_2 es óptima para el jugador del no. 2 en función de la cantidad que produce el jugador no. 1
Con unos simples cálculos se observa que el equilibrio de este juego se produce para $Q_1 = Q_2 = 7$

c) La representación gráfica de las dos funciones de reacción, y del consiguiente equilibrio, sería la de la figura siguiente:



Como se puede observar en la figura anterior, las funciones de reacción tienen, lógicamente, pendiente negativa. Esto es así porque ambas empresas se enfrentan a la misma función de la demanda y cuanto más produzca una menos debería producir la otra pues en caso contrario la cantidad producida sería mayor que la que desearía comprar los consumidores, cayendo el precio, los ingresos y también los beneficios.

d) El beneficio que obtendrán se calcula sustituyendo simplemente los valores de la cantidad que una y otra empresa producirán en el equilibrio en las respectivas funciones de beneficios.

$$B_1 = 21Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2 - 5 = (21)(7) - (7)(7) - (7)(7) - 5 = 44\ u.m.$$

Análogamente, los beneficios de la empresa no.2 serán:

$$B_2 = 21Q_2 - Q_2^2 - Q_1Q_2 - 5 = (21)(7) - (7)(7) - (7)(7) - 5 = 44\ u.m.$$

2. En el mercado de un determinado bien únicamente hay 2 empresas que satisfacen la demanda y sus respectivas funciones de costes totales responden a la forma: $CT_i = 400$

   La demanda se estima que es: $P = 120 - 2Q_T$

   Si la variable de decisión de ambas empresas es la cantidad que producirán y realizan esa decisión de forma simultánea se pide:

   a) Calcule la función de pagos o beneficios de cada empresa
   b) Calcule la función de reacción o de mejor respuesta de cada empresa
   c) Represente gráficamente el equilibrio del mercado
   d) Calcule los beneficios que obtendrán ambas empresas en el equilibrio